1 Problème 1

(Atkins Ch. 11.6a+b)

1.1 Énoncé

Calculer la quantité de mouvement des photons de longueur d'onde de 750 nm et de 350 nm. À quelle vitesse a) un électron et b) une molécule de dihydrogène doivent-ils se déplacer pour avoir la même quantité de mouvement ?

1.2 Solutions

Principe : Impulsion (quantité de mouvement) d'un photon de longueur d'onde λ

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

vitesse d'une particule d'impulsion p

$$v = \frac{p}{m}$$

Applications numériques

1. pour $\lambda = 750\ nm$:

$$p = \frac{6.626 \times 10^{-34}\ J.s}{750 \times 10^{-9}\ m} = 8.835 \times 10^{-28}\ J.s.m^{-1} = 8.835 \times 10^{-28}\ kg.m.s^{-1}$$

(a) $m = 9.11 \times 10^{-31}\ kg$ (pour un électron) :

$$v = \frac{8.835 \times 10^{-28}\ kg.m.s^{-1}}{9.11 \times 10^{-31}\ kg} = 969,8\ m.s^{-1}$$

(b) $m = 2(1.6755 \times 10^{-27})\ kg$ (pour une molécule de H_2) :

$$v = \frac{8.835 \times 10^{-28}\ kg.m.s^{-1}}{2(1.6755 \times 10^{-27})\ kg} = 0.2636\ m.s^{-1}$$

2. pour $\lambda = 350\ nm$:

$$p = \frac{6.626 \times 10^{-34}\ J.s}{350 \times 10^{-9} m} = 1.893 \times 10^{-27}\ J.s.m^{-1} = 1.893 \times 10^{-27} kg.m.s^{-1}$$

(a) $m = 9.11 \times 10^{-31}\ kg$ (pour un électron) :

$$v = \frac{1.893 \times 10^{-27}\ kg.m.s^{-1}}{9.11 \times 10^{-31}\ kg} = 2078.1\ m.s^{-1}$$

(b) $m = 2(1.6755 \times 10^{-27}\ kg$ (pour une molécule de H_2) :

$$v = \frac{1.893 \times 10^{-27}\ kg.m.s^{-1}}{2(1.6755 \times 10^{-27})\ kg} = 0.565\ m.s^{-1}$$

2 Problème 2

(Atkins Ch. 11.7a)

2.1 Énoncé

L'énergie requise pour l'ionisation d'un atome donné est $3,44 \times 10^{-18}\ J$. L'absorption d'un photon de longueur d'onde inconnue ionise l'atome et éjecte un électron à une vitesse $1,03 \times 10^{6}\ m.s^{-1}$. Calculer la longueur d'onde du rayonnement incident.

2.2 Solutions

$$E_{cin} = \frac{1}{2}m_e v^2 = h\nu - W \Longrightarrow \nu = \frac{\frac{1}{2}m_e v^2 + W}{h}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Applications numériques

$$\nu = \frac{0.5(9.11 \times 10^{-31}\ kg)(1,03 \times 10^{6}\ m.s^{-1})^2 + 3,44 \times 10^{-18} J}{6.626 \times 10^{-34}\ J.s} = 5.921 \times 10^{15}\ s^{-1}(Hz)$$

$$\lambda = \frac{2.998 \times 10^{8}\ m.s^{-1}}{5.921 \times 10^{15} s^{-1}} = 50.63\ nm$$

3 Problème 3

(Atkins Ch. 11.9a + 10.9a)

3.1 Énoncé

Calculer l'énergie par photon et l'énergie par mole de photons d'un rayonnement de a) 600 nm (rouge), b) 550 nm (jaune), c) 400 nm (bleu). Calculer la vitesse à laquelle un atome H au repos serait accéléré s'il absorbait chacun des photons utilisés.

3.2 Solutions

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad \overline{E} = N_{avo}E$$

Applications numériques (a) $\lambda = 600\ nm = 600 \times 10^{-9}\ m = 6 \times 10^{-7}\ m$

$$E = 3.311 \times 10^{-19}\ J, \quad \overline{E} = 199\ kJ.mol^{-1}$$

(b) $\lambda = 550\ nm = 550 \times 10^{-9}\ m = 5.5 \times 10^{-7}\ m$

$$E = 3.612 \times 10^{-19}\ J, \quad \overline{E} = 217.5\ kJ.mol^{-1}$$

(c) $\lambda = 400\ nm = 4 \times 10^{-7}\ m$

$$E = 4.966 \times 10^{-19}\ J, \quad \overline{E} = 299.1\ kJ.mol^{-1}$$

4 Problème 4

(Atkins Ch. 11.13a)

4.1 Énoncé

Le pic d'émission maximum du soleil se situe à environ 480 nm ; évaluer la température de sa surface.

4.2 Solutions

La loi de Wien (elle n'est pas vue en classe, et n'est pas donnée dans les notes de cours ; prenez-en note simplement)

$$T\lambda_{max} = \frac{hc}{5k_B}$$

permet d'estimer la température T d'un corps noir à partir de λ_{max}. Pour le cas présent, $\lambda_{max} = 480\ nm$ et l'on trouve

$$T = \frac{hc}{5k_B\lambda_{max}} = \frac{(6.626 \times 10^{-34}\ J.s)(2.998 \times 10^{8}\ m.s^{-1})}{5(1.38 \times 10^{-23}\ J.K^{-1})(480 \times 10^{-9}\ m)} = 5999\ K$$

5 Problème 5

(Atkins Ch. 11.13b)

5.1 Énoncé

Le pic d'émission maximum du fer chauffé dans un four à acier se situe à environ 160 nnm ; évaluer la température de l'acier.

5.2 Solutions

$$T = \frac{hc}{5k_B\lambda_{max}} = 1798\ K$$

6 Problème 6

(Atkins Ch. 11.14a+b)

6.1 Énoncé

Les énergies d'extraction du a) césium métallique et du b) rubidium métallique sont respectivement 12,4 eV et 12,09 eV. Calculer l'énergie cinétique et la vitesse des électrons éjectés par une radiation de 1) 700nm et 2) 300nm.

6.2 Solutions

$$E_{cin} = \frac{1}{2}m_e v^2 = h\nu - W = \frac{hc}{\lambda} - W, \quad \text{si } \nu = \frac{hc}{\lambda} > W$$

Applications numériques

(a) Pour $Ce(s)$, $W = 12.4\ eV = 3.429 \times 10^{-19}\ J$, et l'on trouve
1) pour $\lambda = 700\ nm$, $h\nu = 2.84 \times 10^{-19} J < W$. Aucune émission électronique ne serait possible.
2) pour $\lambda = 300\ nm$, $h\nu = 6.62 \times 10^{-19} J > W$.

$$E_{cin} = 3.193 \times 10^{-19}\ J$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_{cin}}{m_e}} = 837.3\ km.s^{-1}$$

(b) Pour Rb(s), $W = 2.09\ eV = 3.349 \times 10^{-19}\ J$. Encore une fois, on trouve
1) pour $\lambda = 700\ nm$, $h\nu = 2.84 \times 10^{-19} J < W$. Aucune émission électronique ne serait possible.
2) pour $\lambda = 300\ nm$, $h\nu = 6.62 \times 10^{-19} J > W$.

$$E_{cin} = 3.273 \times 10^{-19}\ J$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_{cin}}{m_e}} = 847.7\ km.s^{-1}$$

7 Problème 7

(Atkins Ch. 11.16a)

7.1 Énoncé

Calculer la longueur d'onde de de Broglie a) d'une masse de 1,0 g se déplaçant à $1,0\ cm.s^{-1}$, b) $100\ km.s^{-1}$, c) d'un atome He circulant à $1000\ ms^{-1}$.

7.2 Solutions

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

(a) $m = 1.0 \times 10^{-3}\ kg$, $v = 1.0 \times 10^{-2}\ m.s^{-1}$

$$\lambda = 6.626 \times 10^{-29}\ m$$

(b) $m = 1.0 \times 10^{-3}\ kg$, $v = 100. \times 10^{+3}\ m.s^{-1}$

$$\lambda = 6.626 \times 10^{-36}\ m$$

(c) $m = 6.646 \times 10^{-27}\ kg$ (masse de l'atome He), $v = 1000\ m.s^{-1}$

$$\lambda = 99.7\ pm$$

8 Problème 8

(Atkins Ch. 11.16b)

8.1 Énoncé

Calculer la longueur d'onde de de Broglie d'un électron initialement au repos accéléré par une différence de potentiel (ΔV) de a) 100 V, b) 1,0 kV, c) 100 kV.

8.2 Solutions

$$E_{cin} = \frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{p}{2m_e} = e\Delta V \Longrightarrow p = mv = \sqrt{2m_e e\Delta V}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2m_e e\Delta V}}$$

Applications numériques :

$$m_e = 9.11 \times 10^{-31}\ kg, e = 1.609 \times 10^{-19}\ C$$

1. $\Delta V = 100\ V$, $\lambda = 12.\ nm$
2. $\Delta V = 1000\ V$, $\lambda = 38.\ pm$
3. $\Delta V = 100\ kV$, $\lambda = 3.8\ pm$

9 Problème 9

(Atkins Ch. 11.17a)

9.1 Énoncé

Calculer l'incertitude minimale sur la vitesse d'une balle de cricket de 500 g sachant qu'elle se trouve à $\pm 1,0\ \mu m$ d'un certain point d'une batte. Calculer l'incertitude minimale sur la position d'une balle de pistolet de 5,0 g sachant que sa vitesse est comprise entre $350,00001\ m.s^{-1}$ et $350,00000\ m.s^{-1}$.

9.2 Solution

(a)
$$(\Delta v)_{min} = \frac{\hbar}{m\Delta x} = \frac{1.055 \times 10^{-34}\ J.s}{(0.5\ kg)(1.0 \times 10^{-6}\ m)} = 2.11 \times 10^{-28}\ m.s^{-1}$$

(b)
$$(\Delta x)_{min} = \frac{\hbar}{m\Delta v} = \frac{1.055 \times 10^{-34}\ J.s}{(5. \times 10^{-3}\ kg)(10^{-5}\ m.s^{-1})} = 2.11 \times 10^{-27}\ m$$

10 Problème 10

(Atkins Ch. 11.17b)

10.1 Énoncé

Un électron est enfermé dans un espace à une dimension dont la longueur est de l'ordre du diamètre d'un atome (environ 100 pm). Calculer l'incertitude minimale sur sa position et sur sa vitesse.

10.2 Solution

$$\Delta x = L = 100\ pm$$
$$(\Delta v)_{min} = \frac{\hbar}{m\Delta x} = \frac{1.055 \times 10^{-34}\ J.s}{(9.11 \times 10^{-31}\ kg)(1.0 \times 10^{-10}\ m)} = 1.16 \times 10^{6}\ m.s^{-1}$$

11 Problème 11

(Atkins Ch. 11.18a)

11.1 Énoncé

Dans une expérience de spectroscopie photoélectronique de rayons X, un photon de 150 pm de longueur d'onde arrache un électron de la couche interne d'un atome, l'électron émerge à la vitesse de $2,14 \times 107\ ms^{-1}$. Calculer l'énergie de liaison de l'électron.

11.2 Solution

$$E_{cin} = \frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{hc}{\lambda} - W \Longrightarrow W = \frac{hc}{\lambda} - \frac{1}{2}m_e v^2$$

Applications numériques

$$W = \frac{(6.626 \times 10^{-34}\ J.s)(2.998 \times 10^{8}\ m.s^{-1})}{150 \times 10^{-12}\ m} - \frac{1}{2}(9.11 \times 10^{-31}\ kg)(2,14x10^{7}\ ms^{-1})^{2}$$
$$W = 1.116 \times 10^{-15}\ J$$

12 Problème 12

(Chang Ch. 14.2)

12.1 Énoncé

La fréquence de seuil pour une surface de zinc métallique est $8,54x10^{14}Hz$. Calculer la quantité d'énergie minimale requise pour extraire un électron de cette surface..

12.2 Solutions

$$W = h\nu_0$$

Applications numériques

$$W = (6.626 \times 10^{-34}\ J.s)(8,54 \times 10^{14}\ s^{-1}) = 5.659 \times 10^{-19}\ J$$

13 Problème 13

(Chang Ch. 14.5)

13.1 Énoncé

Quelles sont la longueur d'onde associée à a) un électron se déplaçant à $1,50 \times 10^8 cms^{-1}$ et b) une balle de tennis de 60 g se déplaçant à $1500\ cm.s^{-1}$?

13.2 Solutions

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

(a) $m = 9.11 \times 10^{-31}\ kg$, $v = 1,50x10^8 cm.s^{-1} = 1,50 \times 10^6 m.s^{-1}$

$$\lambda = 4.849 \times 10^{-10}\ m = 48.49\ nm$$

(b) $m = 60 \times 10^{-3}\ kg$, $v = 1500\ cm.s^{-1} = 15\ m.s^{-1}$

$$\lambda = 7.36 \times 10^{-34}\ m$$

14 Problème 14

(Chang Ch. 14.6)

14.1 Énoncé

Une expérience photoélectrique est effectuée en irradiant une surface propre de métal séparément par un rayonnement laser à 450 nm (bleu) et par un autre à 560 nm (jaune). On mesure le nombre d'électrons éjectés et leur énergie cinétique. Le même nombre de photons est transmis au métal par chacun des lasers, et on sait que les deux fréquences utilisées sont supérieures à la fréquence de seuil du métal. Laquelle des deux rayonnements laser éjectera le plus d'électrons du métal ? laquelle produira des électrons de plus grande énergie cinétique ?

14.2 Solutions

Énergie du photon de fréquence ν :

$$E_{ph} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

Donc

$$E_{ph}(450nm) > E_{ph}(560nm)$$

Énergie cinétique des électrons émis :

$$E_{cin} = E_{ph} - h\nu_0$$

Donc

$$E_{cin}(450\ nm) > E_{cin}(560\ nm)$$

Comme les deux sources laser délivre le même nombre de photons, elles produiront le même nombre d'électrons émis.

15 Problème 15

(Chang Ch. 14.10)

15.1 Énoncé

L'incertitude sur la position d'un électron en orbite autour du noyau d'un atome est $0,4\ \AA$. Quelle serait alors l'incertitude sur la vitesse de cet électron ?

15.2 Solutions

$$\Delta v \geq \frac{\hbar}{m_e \Delta x} = \frac{1.055 \times 10^{-34}\ J.s}{(9.11 \times 10^{-31}\ kg)(0.4 \times 10^{-10}\ m)} = 2894\ km.s^{-1}$$

16 Problème 16

(Chang Ch. 14.11)

16.1 Énoncé

Une personne de 77 kg court à une vitesse de $1,5\ ms^{-1}$. a) Calculer l'impulsion et la longueur d'onde de de Broglie de cette personne. b) Quelle serait l'incertitude associée à la position de la personne à tout instant donné si l'incertitude mesurée sur son impulsion correspond à une erreur relative de $\pm 0,05\ \%$? c) Prédire les changement à apporter aux résultats dans le cas hypothétique où la constante de Planck vaut $1\ Js$.

16.2 Solutions

$$p = mv \quad \lambda = \frac{h}{p} \quad \Delta x \geq \frac{\hbar}{\Delta p}$$

Applications numériques

1. situation normale

$$p = (77\ kg)(1.5\ m.s^{-1}) = 115.5\ kg.m.s^{-1}$$

$$\lambda = \frac{6.626 \times 10^{-34}\ J.s}{115.5\ kg.m.s^{-1}} = 5.736 \times 10^{-36}\ m$$

$$\Delta x \geq \frac{1.055 \times 10^{-34}\ J.s}{(0.05 \times 10^{-2})(115.5\ kg.m.s^{-1})} = 1.83 \times 10^{-33}\ m$$

2. si $h = 1\ Js$

$$\lambda = \frac{1\ J.s}{115.5\ kg.m.s^{-1}} = 8.658 \times 10^{-3}\ m$$

$$\Delta x \geq \frac{(1.\ J.s/2\pi)}{(0.05 \times 10^{-2})(115.5\ kg.m.s^{-1})} = 2.756\ m$$

Ni la longueur d'onde de de Broglie (donc le caractère condulatoire) de la personne, ni l'incertitude sur sa position ne serait négligeable dans ce cas.

17 Problème 17

(Chang Ch. 14.12)

17.1 Énoncé

Le phénomène de diffraction peut être observé lorsque la longueur d'onde est comparable en grandeur à l'espacement entre deux fentes d'un réseau de diffraction. Déterminez à quelle vitesse une personne de 84 kg doit-elle traverser une porte de 1 m de largeur pour qu'un effet de diffraction soit observable,

17.2 Solutions

$$\lambda = \frac{h}{mv} = d \Longleftrightarrow v = \frac{h}{md}$$

Applications numériques

$$v = \frac{6.626 \times 10^{-34}\ J.s}{(84\ kg)(1\ m)} = 7.889 \times 10^{-36}\ m.s^{-1}$$